

# Calibración de un termómetro de resistencia de platino según los coeficientes de la ITS-90 y el método de los mínimos cuadrados

## Resumen

En la calibración de un termómetro de resistencia de platino, (PRT por sus abreviaturas en inglés), se sigue la metodología del cálculo de los coeficientes de la Escala Internacional de Temperatura de 1990, **ITS-90** combinada con el método de los mínimos cuadrados como alternativa para la expresión de los coeficientes de la ITS-90.

## La temperatura termodinámica

La temperatura termodinámica, también denominada temperatura absoluta, es una de las magnitudes fundamentales que definen el Sistema Internacional de Unidades (**SI**) y cuya unidad es el kelvin simbolizado como K. Esta unidad se utiliza tanto para expresar valores de temperatura termodinámica como intervalos de temperatura.

Por acuerdo del Comité Internacional de Pesas y Medidas en 1989, la Escala Internacional de Temperatura, **ITS-90** se define operacionalmente en términos de técnicas de medición por termometría de presión de vapor, termometría de gas, termometría con resistencia de platino y pirometría óptica. (Ver, Preston-Thomas. The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90). *Metrologia*, 1990, 27, 3-10, [http://www.bipm.org/utis/common/pdf/its-90/ITS-90\\_metrologia.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/pdf/its-90/ITS-90_metrologia.pdf))

Es usual expresar la temperatura con base en la escala Celsius (°C), definida con relación a la temperatura termodinámica por:

$$t (^{\circ}\text{C}) = T (\text{kelvin}) - 273.15 \text{ K}^1$$

El grado Celsius es una unidad de temperatura de magnitud idéntica al kelvin.

---

<sup>1</sup> Se utiliza el punto como separador decimal, Resolución DG - 210 – 2015 Instituto Nacional de Metrología del 2015-08-12.

La tabla 1 presenta los puntos fijos de la ITS-90.

**Tabla 1.** Puntos Fijos de la ITS-90

Número	T <sub>90</sub> , ( K)	t <sub>90</sub> , (°C)	Sustancia	Estado
1	3 to 5	-270.15 a -268.15	He	V
2	13.803 3	-259.346 7	e-H <sub>2</sub>	T
3	~17	~-256.15	e-H <sub>2</sub> (or He)	V (o G)
4	~20.3	~-252.85	e-H <sub>2</sub> (or He)	V (o G)
5	24.556 1	-248.593 9	Ne	T
6	54.358 4	-218.791 6	O <sub>2</sub>	T
7	83.805 8	-189.344 2	Ar	T
8	234.315 6	-38.834 4	Hg	T
9	273.16	0.01	H <sub>2</sub> O	T
10	302.914 6	29.764 6	Ga	F
11	429.748 5	156.598 5	In	S
12	505.078	231.928	Sn	S
13	692.677	419.527	Zn	S
14	933.473	660.323	Al	S
15	1 234.93	961.78	Ag	S
16	1 337.33	1 064.18	Au	S
17	1 357.77	1 084.62	Cu	S

V: punto de presión de vapor; T: punto triple; G: punto de termómetro de gas; F, S: punto de fusión, punto de solidificación (temperatura, a una presión de 101 325 Pa, en el que las fases sólida y líquida están en equilibrio).

Para un termómetro de resistencia de platino, se define la razón de resistencia  $W(T_{90})$ , (resistance ratio), a la temperatura  $T_{90}$ :

$$W(T_{90}) = \frac{R(T_{90})}{R(273.16 K)}$$

donde,

$R(T_{90})$ : es la resistencia del termómetro a la temperatura  $T_{90}$ ,

$R(273.16\text{ K})$ : es la resistencia del termómetro en el punto triple de agua.

Se define la función de desviación,  $\Delta W(T_{90})$ :

$$\Delta W(T_{90}) = W(T_{90}) - W_r(T_{90})$$

donde,

$W_r(T_{90})$ : es la función de referencia de la razón de resistencia  $W(T_{90})$ .



**Figura 1.** Celda de Punto Triple del Agua, Imagen de <http://inm.gov.co/index.php/sala-prensa/noticias/241-reconocimiento-mundial-a-mediciones-inm>, recuperada el 2015-12-28

## La Función de Referencia

La función de referencia tiene dos partes. Para el rango de 13.803 3 K a 273.16 K, la función es:

$$W_r(T_{90}) = \exp\left\{A_0 + \sum_{i=1}^{12} A_i \left[ \frac{\ln \frac{T_{90}}{273.16} + 1.5}{1.5} \right]^i \right\}$$

La ecuación inversa asociada (con una exactitud de 0.13 mK) a este intervalo de medición es:

$$T_{90}(W_r) = 273.16 \left\{ B_0 + \sum_{i=1}^{15} B_i \left[ \frac{W_r(T_{90})^{\frac{1}{6}} - 0.65}{0.35} \right]^i \right\}$$

En el intervalo de medición de 0.01 °C a 961.78 °C, la función de referencia es:

$$W_r(T_{90}) = C_0 + \sum_{i=1}^9 C_i \left[ \frac{T_{90} - 754.15}{481} \right]^i$$

Y la función inversa asociada (con una exactitud de 0.1 mK) es:

$$T_{90}(W_r) = 273.15 + D_0 + \sum_{i=1}^9 D_i \left[ \frac{W_r(T_{90}) - 2.64}{1.64} \right]^i$$

Los valores de los coeficientes  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  y  $D_i$  están dados en la tabla 2.

**Tabla 2.** Coeficientes de la ITS-90

$I$	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$D_i$
0	-2.135 347 29	0.183 324 722	2.781 572 54	439.932 854
1	3.183 247 20	0.240 975 303	1.646 509 16	472.418 020
2	-1.801 435 97	0.209 108 771	-0.137 143 90	37.684 494
3	0.717 272 04	0.190 439 972	-0.006 497 67	7.472 018
4	0.503 440 27	0.142 648 498	-0.002 344 44	2.920 828
5	-0.618 993 95	0.077 993 465	0.005 118 68	0.005 184
6	-0.053 323 22	0.012 475 611	0.001 879 82	-0.963 864
7	0.280 213 62	-0.032 267 127	-0.002 044 72	-0.188 732
8	0.107 152 24	-0.075 291 522	-0.000461 22	0.091 203
9	-0.293 028 65	-0.056 470 670	0.000 457 24	0.049 025
10	0.044 598 72	0.076 201 285		
11	0.118 686 32	0.123 893 204		
12	-0.052 481 34	-0.029 201 193		
13		-0.091 173 542		
14		0.001 317 696		
15		0.026 025 526		

La tabla 3 da los valores de la función de referencia para algunos puntos fijos.

**Tabla 3.** Valores de la función de referencia para algunos puntos fijos de la ITS-90

Punto fijo	$t_{90}$ (°C)	$T_{90}$ (K)	$W_r(T_{90})$
Ar	-189.344 2	83.805 8	0.215 859 75
Hg	-38.834 4	234.315 6	0.844 142 11
H <sub>2</sub> O	0.01	273.16	1.000 000 00
Ga	29.764 6	302.914 6	1.118 138 89
In	156.598 5	429.748 5	1.609 801 85
Sn	231.928	505.078	1.892 797 68
Zn	419.527	692.677	2.568 917 30
Al	660.323	933.473	3.376 008 60

## La función de desviación

La tabla 4 da la función de desviación con sus correspondientes coeficientes para cada intervalo de medición y los puntos fijos necesarios para su determinación:

**Tabla 4.** Función de desviación para algunos rangos de la ITS-90

Intervalo de medición	Función de desviación	Puntos fijos
83.805 8 K a 0.01 °C	$a(W - 1) + b(W - 1)\ln(W)$	Ar, Hg
-38.834 4 °C a 29.764 6 °C	$a(W - 1) + b(W - 1)^2$	Hg, Ga
0.01 °C a 29.764 6 °C	$a(W - 1)$	Ga
0.01 °C a 156.598 5 °C	$a(W - 1)$	In
0.01 °C a 231.928 °C	$a(W - 1) + b(W - 1)^2$	In, Sn
0.01 °C a 419.527 °C	$a(W - 1) + b(W - 1)^2$	Sn, Zn
0.01 °C a 660.323 °C	$a(W - 1) + b(W - 1)^2 + c(W - 1)^3$	Sn, Zn, Al

Por ejemplo, para la calibración en los puntos fijos de Sn y Zn, se tiene:

$$\Delta W_{Sn} = a(W_{Sn} - 1) + b(W_{Sn} - 1)^2$$

$$\Delta W_{Zn} = a(W_{Zn} - 1) + b(W_{Zn} - 1)^2$$

que es equivalente a:

$$W_{Sn} - W_{r,Sn} = a(W_{Sn} - 1) + b(W_{Sn} - 1)^2$$

$$W_{Zn} - W_{r,Zn} = a(W_{Zn} - 1) + b(W_{Zn} - 1)^2$$

Por lo que la calibración de un termómetro de resistencia de platino, PRT en los puntos fijos de Sn y de Zn queda determinada al resolver las dos ecuaciones simultáneas: conocer los coeficientes a y b.

### Mediciones requeridas la calibración de un termómetro de resistencia de platino, PRT en puntos fijos

Se mide la resistencia del PRT en el punto triple del agua.

Se mide la resistencia del PRT en cada una de las temperaturas de calibración.

Se determina W para cada temperatura de calibración.

Para cada temperatura de calibración se calcula la  $W_r$ .

Se plantean las ecuaciones ITS-90, según el intervalo de medición.

Se solucionan las ecuaciones ITS-90 planteadas.

### Ejemplo:

En la calibración de un PRT Pt100 se tienen las siguientes mediciones:

Temperatura, (°C)	Resistencia, (Ω)
0.01	99.966 53
156.599	160.894 76
231.928	189.169 82
300.000	214.154 07
419.527	256.726 68

Donde, el valor de medición a 300.000 °C se obtuvo por el método de comparación. Este valor no corresponde con uno de los puntos fijos de la ITS-90. El siguiente paso es el de obtener los valores de W:

Temperatura, (°C)	W
0.01	1.000 00
156.599	1.609 49
231.928	1.892 33
300.000	2.142 26
419.527	2.568 13

Sigue el planteamiento de las ecuaciones:

$$W_{156.599\text{ °C}} - W_{r, 156.599\text{ °C}} = a(W_{156.599\text{ °C}} - 1) + b(W_{156.599\text{ °C}} - 1)^2$$

$$W_{231.928\text{ °C}} - W_{r, 231.928\text{ °C}} = a(W_{231.928\text{ °C}} - 1) + b(W_{231.928\text{ °C}} - 1)^2$$

$$W_{300.000\text{ °C}} - W_{r, 300.000\text{ °C}} = a(W_{300.000\text{ °C}} - 1) + b(W_{300.000\text{ °C}} - 1)^2$$

$$W_{419.527\text{ °C}} - W_{r, 419.527\text{ °C}} = a(W_{419.527\text{ °C}} - 1) + b(W_{419.527\text{ °C}} - 1)^2$$

Se tienen cuatro ecuaciones para dos incógnitas a y b, cuya solución aplicando el método de los mínimos cuadrados<sup>2</sup> es:

<sup>2</sup> Para más información sobre el cálculo de curvas de ajuste mediante el método de los mínimos cuadrados consultar: <http://www.metas.com.mx/guiametas/la-guia-metas-08-01-linealidad.pdf>

$$a = -5.358\ 167\ 1 \times 10^{-04}$$

$$b = 2.030\ 704\ 9 \times 10^{-05}$$

## Conclusión

Se presentó una metodología dual respecto al cálculo de los coeficientes de la **ITS-90** en la calibración de un termómetro de resistencia de platino: una basada en los puntos fijos definitorios y otra que combina valores distintos que provienen del método de comparación con los puntos definitorios aplicando el método de los mínimos cuadrados.

**Ciro Alberto Sánchez**  
*Laboratorio de Temperatura y Humedad  
Subdirección de Metrología Física  
Instituto Nacional de Metrología  
2015-12-28*